ذ. محمد الكيال

المتتاليات العددية

المتتالية الحسابية – المتتالية الهندسية:

	متتالية حسابية	متتالية هندسية
تعريف	$u_{n+1} = u_n + r$ r هو الأساس	$u_{n+1} = q \times u_n$ q هو الأساس
الحد العام	$u_n = u_p + (n-p)r$ $(p \leq n)$	$u_n = u_p \times q^{n-p}$ $(p \leq n)$
مجموع حدود متتابعة	$u_p + \ldots + u_n = u_p \times \left(\dfrac{q^{n-p+1} - 1}{q-1}\right)$	$u_p + \ldots + u_n = u_p \times \left(\dfrac{q^{n-p+1} - 1}{q-1}\right)$ $(q \neq 1)$
a و b و c ثلاثة حدود متتابعة	$2b = a + c$	$b^2 = a \times c$

المتتالية المكبورة – المتتالية المصغورة:

لتكن $(u_n)_{n\in I}$ متتالية عددية

- $u_n \leq M$ $\quad \forall n \in I \Leftrightarrow$ $(u_n)_{n\in I}$ مكبورة بالعدد M
- $u_n \geq m$ $\quad \forall n \in I \Leftrightarrow$ $(u_n)_{n\in I}$ مصغورة بالعدد m
- $(u_n)_{n\in I}$ مكبورة و مصغورة $\Leftrightarrow$ $(u_n)_{n\in I}$ محدودة

رتابة متتالية عددية:

لتكن $(u_n)_{n\in I}$ متتالية عددية

- $u_{n+1} \leq u_n$ $\quad \forall n \in I \Leftrightarrow$ $(u_n)_{n\in I}$ تناقصية
- $u_{n+1} \geq u_n$ $\quad \forall n \in I \Leftrightarrow$ $(u_n)_{n\in I}$ تزايدية
- $u_{n+1} = u_n$ $\quad \forall n \in I \Leftrightarrow$ $(u_n)_{n\in I}$ ثابتة

نهاية متتالية:

نهاية المتتالية (n^{α}) حيث: $\alpha \in \mathbb{Q}^*$:

$\alpha < 0$	$\alpha > 0$
$\lim\limits_{n \to +\infty} n^{\alpha} = 0$	$\lim\limits_{n \to +\infty} n^{\alpha} = +\infty$

نهاية المتتالية الهندسية (q^n) حيث: $q \in \mathbb{R}$:

$q \leq -1$	$-1 < q < 1$	$q = 1$	$q > 1$
المتتالية (q^n) ليس لها نهاية	$\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 0$	$\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = 1$	$\lim\limits_{n \to +\infty} q^n = +\infty$

مصاديق التقارب:

- كل متتالية تزايدية و مكبورة هي متتالية متقاربة
- كل متتالية تناقصية و مصغورة هي متتالية متقاربة

$$\left.\begin{array}{l} v_n \leq u_n \leq w_n \\ \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \ell \\ \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = \ell \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{n \to \infty} u_n = \ell$$

$$\left.\begin{array}{l} |u_n - \ell| \leq v_n \\ \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{n \to \infty} u_n = \ell$$

$$\left.\begin{array}{l} u_n \leq v_n \\ \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = -\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = -\infty$$

$$\left.\begin{array}{l} u_n \geq v_n \\ \lim\limits_{n \to +\infty} v_n = +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \lim\limits_{n \to +\infty} u_n = +\infty$$

متتالية من النوع $u_{n+1} = f(u_n)$:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

حيث f دالة متصلة على مجال I بحيث $f(I) \subset I$ و a عنصرا من I

إذا كانت (u_n) متقاربة فإن نهايتها ℓ حل للمعادلة : $f(x) = x$